TEMA 3. ESTIMACIÓN POR INTERVALOS.

- En este caso seguiremos con una distribución en la cual desconocemos algún Parámetro Poblacional, en este caso obtendremos un intervalo en el cual se encontrará el parámetro poblacional desconocido con una cierta probabilidad ($1 - \alpha$).

- Según de los datos de que poseamos y del Parámetro Poblacional que desconozcamos, el intervalo a estimar será calculará de una forma o de otra.

➔ Intervalos de confianza en poblaciones infinitas / Tamaño de la muestra.
➔ Intervalos de confianza en poblaciones finitas / Tamaño de la muestra.

INTERVELOS DE CONFIANZA EN POBLACIONES INFINITAS:

Intervalo de confianza para la media poblacional

Población	Intervalo
Normal σ conocida	$\bar{x} \pm z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
Normal σ desconocida	$\bar{x} \pm t_{n-1,1-\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n-1}}$ (con desviación típica) $\bar{x} \pm t_{n-1,1-\alpha/2} \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}$ (con desviación típica corregida)
Cualquiera ($n \geq 30$) σ conocida	$\bar{x} \pm z_{1-\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
Cualquiera ($n \geq 30$) σ desconocida	$\bar{x} \pm z_{1-\alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n-1}}$ (con desviación típica) $\bar{x} \pm z_{1-\alpha/2} \frac{\hat{s}}{\sqrt{n}}$ (con desviación típica corregida)

Intervalo de confianza para la diferencia de medias poblacionales

Población	Intervalo
Independientes Normales σ_1, σ_2 conocidas	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$
Independientes Normales σ_1, σ_2 desconocidas $\sigma_1 = \sigma_2$	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{n_1+n_2-2,1-\alpha/2}\, s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$ donde: $s_p^2 = \frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(n_1 - 1)\hat{s}_1^2 + (n_2 - 1)\hat{s}_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$

Independientes Cualquiera $(n_1, n_2 \geq 30)$ σ_1, σ_2 conocidas	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$
Independientes Cualquiera $(n_1, n_2 \geq 30)$ σ_1, σ_2 desconocidas	$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{s}_1^2}{n_1} + \frac{\hat{s}_2^2}{n_2}}$

Intervalo de confianza para la varianza poblacional

Población	Intervalo	
Normal μ desconocida	(con desviación típica)	$\left[\frac{ns^2}{\chi^2_{n-1,1-\alpha/2}}, \frac{ns^2}{\chi^2_{n-1,\alpha/2}}\right]$
	(con desviación típica corregida)	$\left[\frac{(n-1)\hat{s}^2}{\chi^2_{n-1,1-\alpha/2}}, \frac{(n-1)\hat{s}^2}{\chi^2_{n-1,\alpha/2}}\right]$

Intervalo de confianza para la proporción poblacional

Población	Intervalo
Binomial $(n \geq 30)$	$\hat{p} \pm Z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$

Intervalo de confianza para la diferencia de proporciones poblacionales

Población	Intervalo
Independientes Binomiales $n_1 \geq 30$ y $n_2 \geq 30$	$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm Z_{1-\alpha/2}\sqrt{\frac{\hat{p}_1 \cdot \hat{q}_1}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \cdot \hat{q}_2}{n_2}}$

Tamaño de la muestra

Media	$n = \frac{z^2_{1-\alpha/2}\ \sigma^2}{\varepsilon^2}$
Proporción	$n = \frac{z^2_{1-\alpha/2}\ p\,q}{\varepsilon^2}$

INTERVELOS DE CONFIANZA EN POBLACIONES FINITAS:

INFERENCIA EN MUESTREO ALEATORIO SIMPLE

	MEDIA (μ)	PROPORCIÓN (p)
ESTIMACIÓN POR PUNTOS	$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$	$\hat{p} = \frac{x}{n}$
VARIANZA INSESGADA DEL ESTIMADOR INSESGADO	$\hat{\sigma}_{\bar{x}}^2 = \frac{\hat{s}^2}{n} \frac{(N-n)}{N}$	$\hat{\sigma}_{\hat{p}}^2 = \frac{\hat{p}\,\hat{q}}{n-1} \frac{(N-n)}{N}$
ESTIMACIÓN POR INTERVALOS	$\bar{x} - z_{1-\alpha/2}\,\hat{\sigma}_{\bar{x}} \leq \mu \leq \bar{x} + z_{1-\alpha/2}\,\hat{\sigma}_{\bar{x}}$	$\hat{p} - z_{1-\alpha/2}\,\hat{\sigma}_{\hat{p}} \leq p \leq \hat{p} + z_{1-\alpha/2}\,\hat{\sigma}_{\hat{p}}$

TAMAÑO MUESTRAL EN MUESTREO ALEATORIO SIMPLE

MEDIA (μ)	PROPORCIÓN (p)
$n = \frac{N\, z_{1-\alpha/2}^2\, \sigma^2}{(N-1)\,\varepsilon^2 + z_{1-\alpha/2}^2\, \sigma^2} = \frac{N\ \sigma^2}{(N-1)\,\sigma_{\bar{x}}^2 + \sigma^2}$ $con\quad \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\varepsilon^2}{z_{1-\alpha/2}^2}$	$n = \frac{N\, z_{1-\alpha/2}^2\, p\,q}{(N-1)\,\varepsilon^2 + z_{1-\alpha/2}^2\, p\ q} = \frac{N\, p\, q}{(N-1)\,\sigma_{\hat{p}}^2 + p\,q}$ $con\quad \sigma_{\hat{p}}^2 = \frac{\varepsilon^2}{z_{1-\alpha/2}^2}$

INFERENCIA EN MUESTREO ALEATORIO ESTRATIFICADO

	MEDIA (μ)	PROPORCIÓN (p)
ESTIMACIÓN POR PUNTOS	$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{K} N_i \bar{x}_i$	$\hat{p} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{K} N_i \hat{p}_i$
VARIANZA INSESGADA DEL ESTIMADOR INSESGADO	$\hat{\sigma}_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^{k} N_i^2 \hat{\sigma}_{\bar{x}_i}^2$ $con\quad \hat{\sigma}_{\bar{x}_i}^2 = \frac{\hat{s}_i^2}{n_i} \frac{(N_i - n_i)}{N_i}$	$\hat{\sigma}_{\hat{p}}^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^{k} N_i^2 \hat{\sigma}_{\hat{p}_i}^2$ $con\quad \hat{\sigma}_{\hat{p}_i}^2 = \frac{\hat{p}_i \hat{q}_i}{n_i - 1} \frac{(N_i - n_i)}{N_i}$
ESTIMACIÓN POR INTERVALOS	$\bar{x} - z_{1-\alpha/2}\hat{\sigma}_{\bar{x}} < \mu < \bar{x} + z_{1-\alpha/2}\hat{\sigma}_{\bar{x}}$	$\hat{p} - z_{1-\alpha/2}\hat{\sigma}_{\hat{p}} < p < \hat{p} + z_{1-\alpha/2}\hat{\sigma}_{\hat{p}}$

TAMAÑO MUESTRAL EN MUESTREO ALEATORIO ESTRATIFICADO

CRITERIO DE ASIGNACIÓN	MEDIA (μ)	PROPORCIÓN (p)
PROPORCIONAL: $\dfrac{N_i}{N} = \dfrac{n_i}{n} \rightarrow n_i = \dfrac{N_i}{N} n$	$n = \dfrac{\sum_{i=1}^{K} N_i \sigma_i^2}{N\sigma_{\bar{x}}^2 + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{K} N_i \sigma_i^2}$ $con \quad \sigma_{\bar{x}}^2 = \dfrac{\varepsilon^2}{z_{1-\alpha/2}^2}$	$n = \dfrac{\sum_{i=1}^{K} N_i p_i q_i}{N\sigma_{\hat{p}}^2 + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{K} N_i p_i q_i}$ $con \quad \sigma_{\hat{p}}^2 = \dfrac{\varepsilon^2}{z_{1-\alpha/2}^2}$
ÓPTIMA: Media: $n_i = \dfrac{N_i \sigma_i}{\sum_{i=1}^{K} N_i \sigma_i} n$ Proporción: $n_i = \dfrac{N_i \sqrt{p_i q_i}}{\sum_{i=1}^{K} N_i \sqrt{p_i q_i}} n$	$n = \dfrac{\frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{K} N_i \sigma_i\right)^2}{N\sigma_{\bar{x}}^2 + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{K} N_i \sigma_i^2}$ $con \quad \sigma_{\bar{x}}^2 = \dfrac{\varepsilon^2}{z_{1-\alpha/2}^2}$	$n = \dfrac{\frac{1}{N}\left(\sum_{i=1}^{K} N_i \sqrt{p_i q_i}\right)^2}{N\sigma_{\hat{p}}^2 + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{K} N_i p_i q_i}$ $con \quad \sigma_{\hat{p}}^2 = \dfrac{\varepsilon^2}{z_{1-\alpha/2}^2}$